

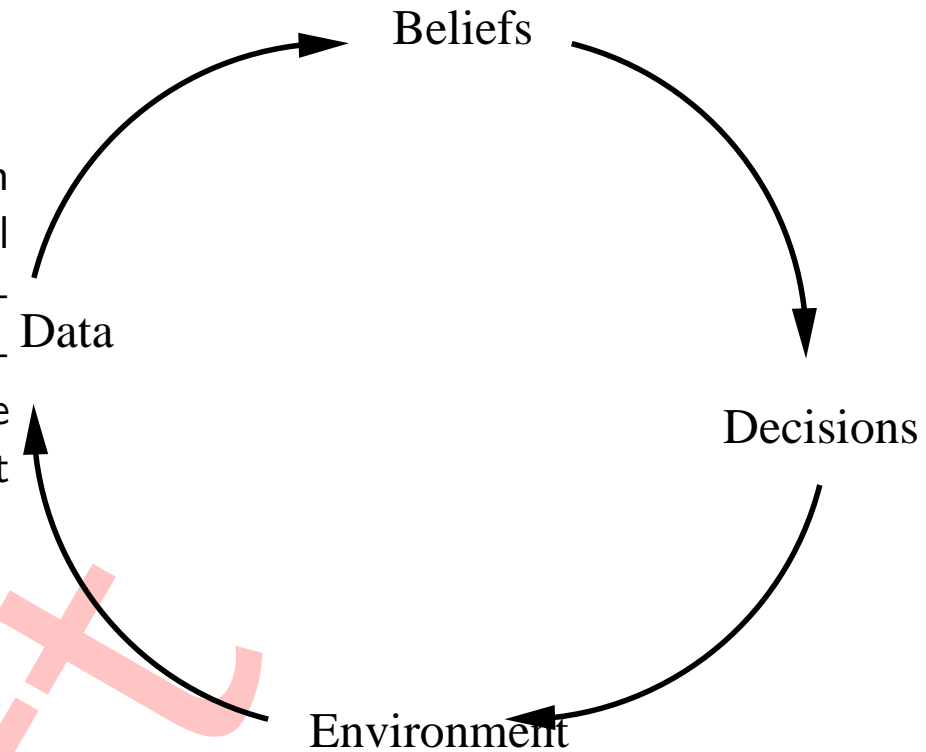
Systemes complexes et environnement

Notions fondamentales

- Distinguer le systeme reel: un organisme, le systeme nerveux, un milieu naturel, une societe etc. de son modele mathematique ou informatique.
- Du local au global: deduire le comportement d'un systeme macroscopique, comme le cerveau et ses proprietes cognitives, perception, reconnaissance, apprentissage, memoire ... a partir des proprietes de ses constituants, ici les neurones individuels.
- Specificite des modeles systemes complexes: grand nombre de composants differents, interactions non lineaires, bouclages par opposition aux systemes lineaires.
- Modeles dynamiques de l'organisation. Auto-organisation, "emergence", caracteriser des attracteurs.
- Simplification de la description des composants: exemples neurones formels, rationalite limitee.
- Recherches de proprietes generiques, ex: lois d'echelle vs. previsions "exactes".

L'environnement

Dans une optique Systèmes Complexes, un modèle général d'un problème environnemental peut être décrit par la boucle d'interaction ci-contre. La Société agit en fonction de ses croyances sur l'état de l'Environnement. Du fait de ces actions l'environnement change, modifiant les croyances des acteurs.

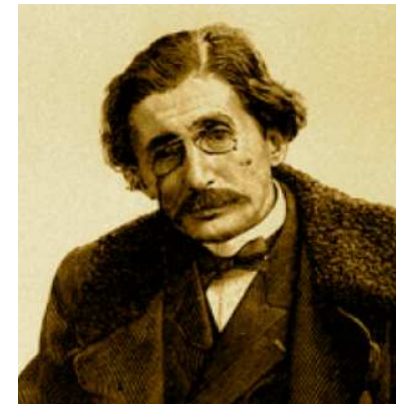


Nous allons donc coupler la dynamique de l'environnement et la dynamique des décisions. Bien entendu chacune des dynamiques sera représentée par un modèle simple.

Les modèles de dynamique des opinions

Comment se forment les opinions individuelles, qu'il s'agisse de mode vestimentaire, de choix de produits, de choix politiques, y compris les politiques environnementales etc?

La rationalité limitée, opposée à la rationalité illimitée des modèles économiques standard. L'idée de base empruntée à Gabriel Tarde, Juge et sociologue français du XIXe siècle, est **l'imitation des autres**.



- Du fait de ma propre ignorance, je me base sur le comportement des autres qui doivent eux savoir ce qu'ils font;
- Il peut aussi être avantageux de partager les choix des autres à cause d'économies d'échelle dans la fabrication d'un produit, d'obtenir plus facilement du service en cas de problème etc.

Deux types de motivations différents, mais modèles mathématiques simples identiques.

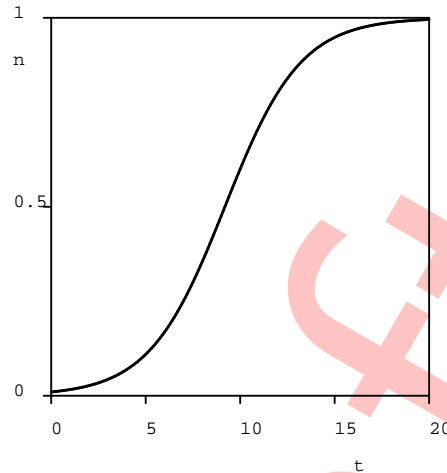
La notion importante est celle d'une rationalité limitée: du fait de leurs limites cognitives les agents ne peuvent optimiser leur choix; ils utilisent donc des routines simples comme l'imitation qui se sont avérées utiles dans le passé. C'est parce que ces routines sont simples qu'elles peuvent être décrites par des équations.

- Il existe une distribution des opinions à chaque instant.
- A chaque intervalle de temps, un ou plusieurs agents ajustent leurs opinions en fonction de celles des autres.
- Au cours du temps se forme(nt) un ou plusieurs groupes d'opinion. C'est la stabilité de ces groupes qui constitue le principal résultat.

C'est par le mécanisme d'ajustement des opinions qu'ils diffèrent.

Les opinions binaires et la courbe en S

Le modèle le plus simple est celui de la diffusion d'une nouvelle pratique dans un population 'bien mélangée'. Les deux opinions sont représentées par 0 et 1, la population totale est N , n est la population d'opinion 1, les individus d'opinion 0 peuvent adopter l'opinion 1 mais non l'inverse. La dynamique de l'adoption est décrite par l'équation:

$$\frac{dn}{dt} = a \cdot (N - n) \cdot n.$$


La percolation

Le cas des agents hétérogènes aux noeuds d'un réseau. Soit un produit de qualité q et des agents i d'exigence variable q_i . Un agent n'achète que si un au moins de ses voisins a déjà acquis le produit, et si $q > q_i$. Au départ un seul agent a acquis le produit.

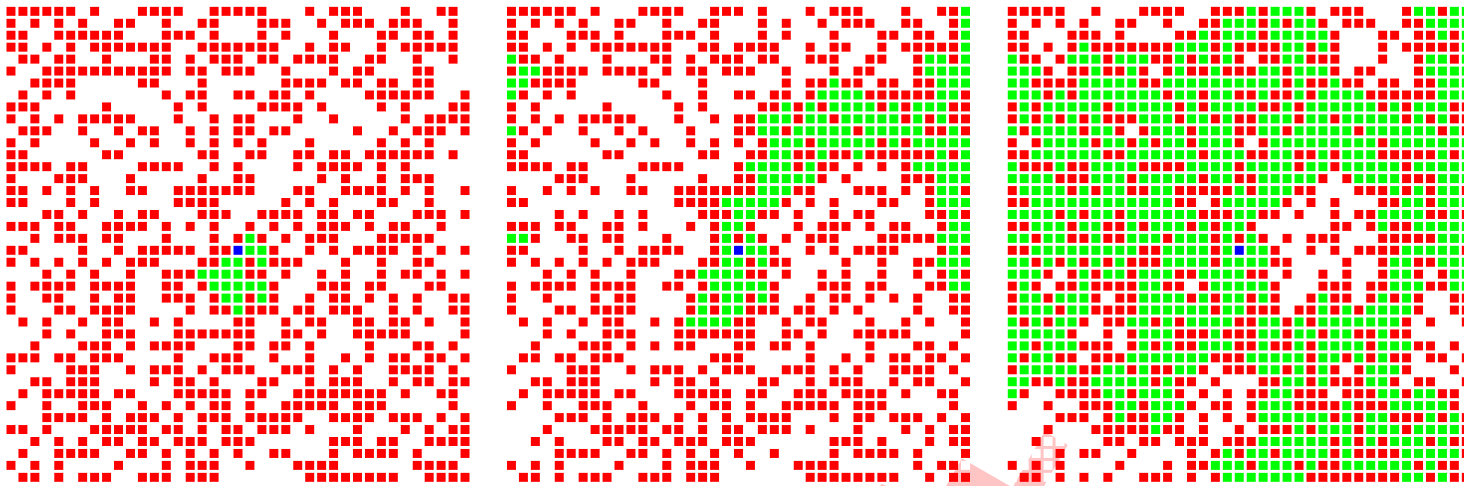
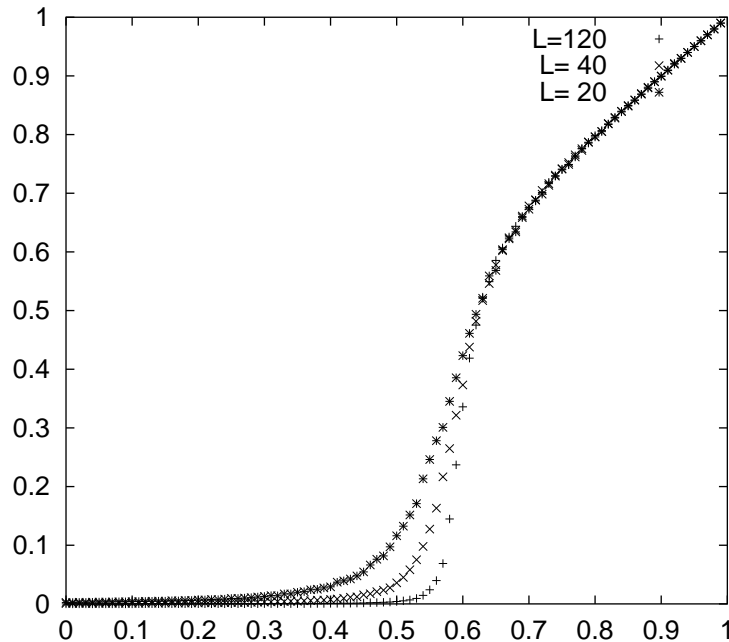


Figure 1: Configuration d'adoptants, cellules vertes, sur le même réseau carré, suivant la qualité du produit proposé 0,5 - 0,55 - 0,6 de gauche à droite. La cellule bleue est l'adoptant initial, les cellules rouges (resp. blanches) ont des exigences supérieures (resp. inférieures) à q .



Pour une qualité supérieure à un seuil de 0,593 (sur un réseau carré à 4 voisins), les adoptants occupent la plus grande partie du réseau. C'est le contraire en deçà du seuil.

Figure 2: Fraction d'adoptants vs qualité q du produit.

- Le comportement du système ne dépend pas de la configuration exacte des réfractaires (ou des adoptants) *a priori*. Mais on peut le prédire à partir de leur proportion.

- Le comportement en fonction de la qualité du produit est fortement non-linéaire.

Le modèle prédit les différents régimes observés dans les réseaux sociaux, qu'il s'agisse d'adoption de nouvelles pratiques ou de nouveaux produits, ou même dans la transmission d'une épidémie. Près du seuil, l'adoption peut être un succès ou un échec dans des conditions apparemment semblables: la percolation a eu lieu dans le premier cas et non dans le second. D'où la perplexité du vendeur ou du politicien qui peut difficilement inférer les efforts nécessaires pour dépasser le seuil à partir des observations globales!

Des régimes dynamiques différents

Des régimes dynamiques différents se traduisent par un ensemble cohérent de propriétés dynamiques différents (par opposition à l'observation de toutes les combinaisons).

Dans le cas de la percolation:

avant le seuil	au delà
faible fraction d'adoptants	fraction importante d'adoptants
îlots isolés d'adoptants	un amas percolant d'adoptants
faible indice de Gini	indice de Gini proche de 1
signaux localisés	propagation d'un signal au travers de l'échantillon

On retrouve la cohérence de la classification des états physiques de la matière: L'état solide possède des propriétés mécaniques, thermiques, électriques ou de transport de la matière différentes de celle de l'état gazeux. Les lois d'échelle, par exemple les variations avec la température, sont elles aussi différentes.

Il existe de nombreux autres modèles décrivant les dynamiques d'opinions binaires, irréversibles ou non, sur des réseaux sociaux plus ou moins réguliers ou aléatoires. On

retrouve toujours des comportements qualitativement semblables à ceux évoqué plus haut: les comportements dynamiques globaux ne dépendent pas des détails du désordre par exemple, mais peuvent varier brutalement en fonction des paramètres du modèle. On retrouve ainsi le fait que les systèmes réels peuvent à la fois exhiber des comportements semblables au sens d'une même classe et différer considérablement d'une classe à l'autre.

La question de Robert Axelrod

If people tend to become more alike in their beliefs, attitudes and behaviour when they interact, why do not such differences eventually disappear?



Deffuant *et al.*: opinions continues



Les décisions d'acteurs économiques, en l'occurrence des exploitants agricoles, sont évaluées en fonction d'analyses coût/bénéfice, chiffrables en numéraires. Ces évaluations difficiles dans la mesure où ils s'agissait de l'adoption de nouvelles pratiques agricoles donnent lieu à des échanges entre exploitants.

Les échanges d'opinions x et x' ne se produisent qu'entre agents dont l'opinion est déjà suffisamment proche suivant les équations: *I f f* $|x - x'| < d$:

$$x = x + \mu \cdot (x' - x) \quad (1)$$

$$x' = x' + \mu \cdot (x - x') \quad (2)$$

où d est le seuil de tolérance et μ la vitesse de convergence.

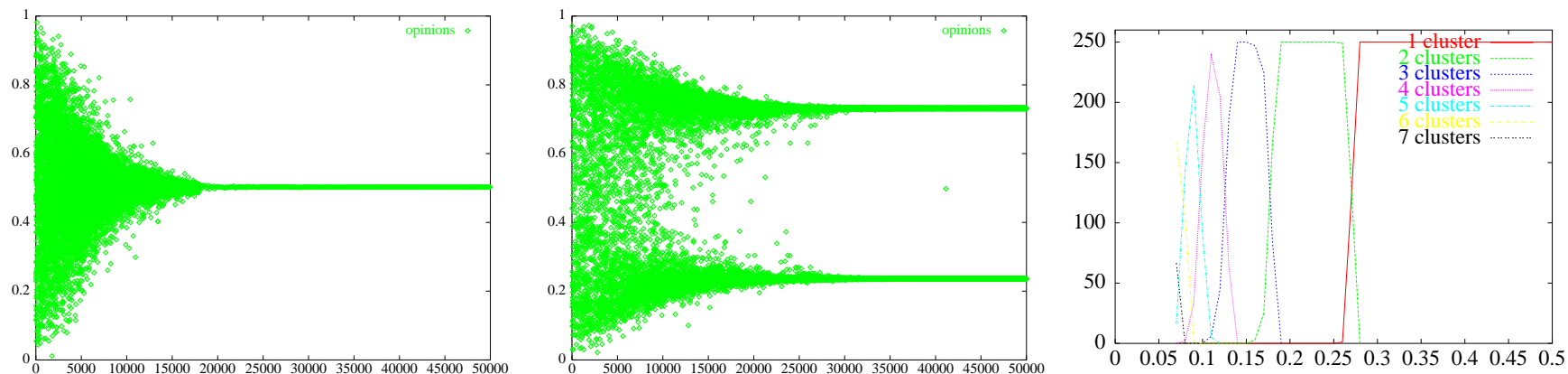
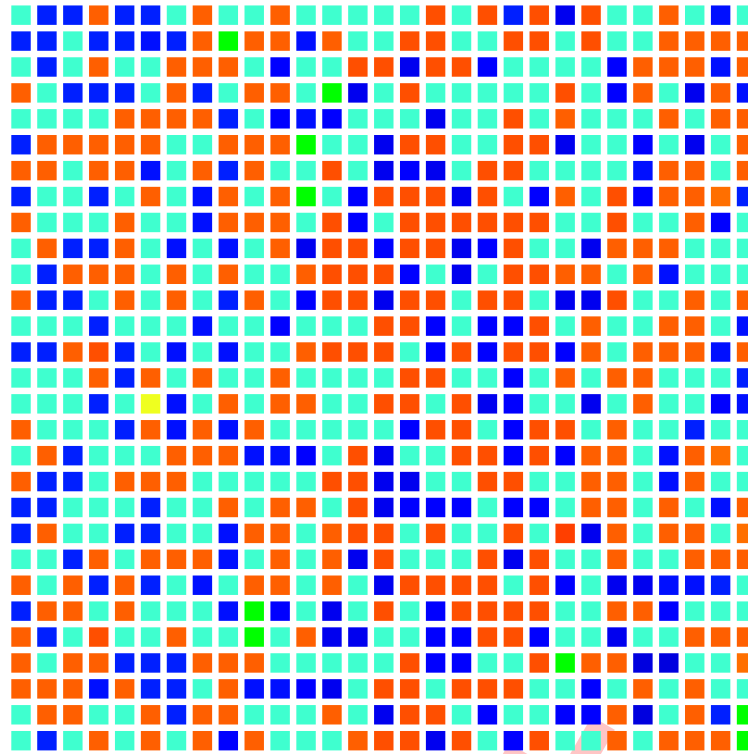


Figure 3: Evolution des opinions pour différents seuil de tolerance ($d = 0.3$ à gauche, $d = 0.2$ à droite).

Les opinions sont regroupées en amas qui n'interagissent plus aux temps longs.

Le nombre des amas est inversement proportionnel au seuil de tolérance pour l'interaction.



Display of final opinions of agents connected on a square lattice of size 29×29 ($d = 0.15$ $\mu = 0.3$ after 100 000 iterations). Color code: purple 0.14, light blue 0.42, red 0.81 to 0.87. Note the presence of smaller clusters with similar but not identical opinions.

Axelrod et la diffusion des cultures

Axelrod représente une culture par un vecteur de F traits codés chacun par un entier compris entre 0 et $q - 1$. Les régions de culture données sont réparties sur un réseau carré. Deux cellules voisines interagissent si elles ont au moins un trait commun (même valeur de l'entier pour un trait donné): l'une des deux cellules copie alors un autre trait de l'autre.

Si on part de cultures réparties au hasard sur le réseau carré, on observe durant les instants initiaux le phénomène de coalescence: les régions constituées de cellules contigües de même culture s'agrandissent.

Mais suivant le rapport $\frac{F}{q}$ deux types de configurations peuvent être obtenues aux grands temps.

Pour un grand nombre de traits par rapport au nombre des valeurs possibles, q , l'homogénéité culturelle est obtenue et les exceptions culturelles sont rares et isolées.

Dans la situation inverse, un très grand nombre de cultures subsiste.

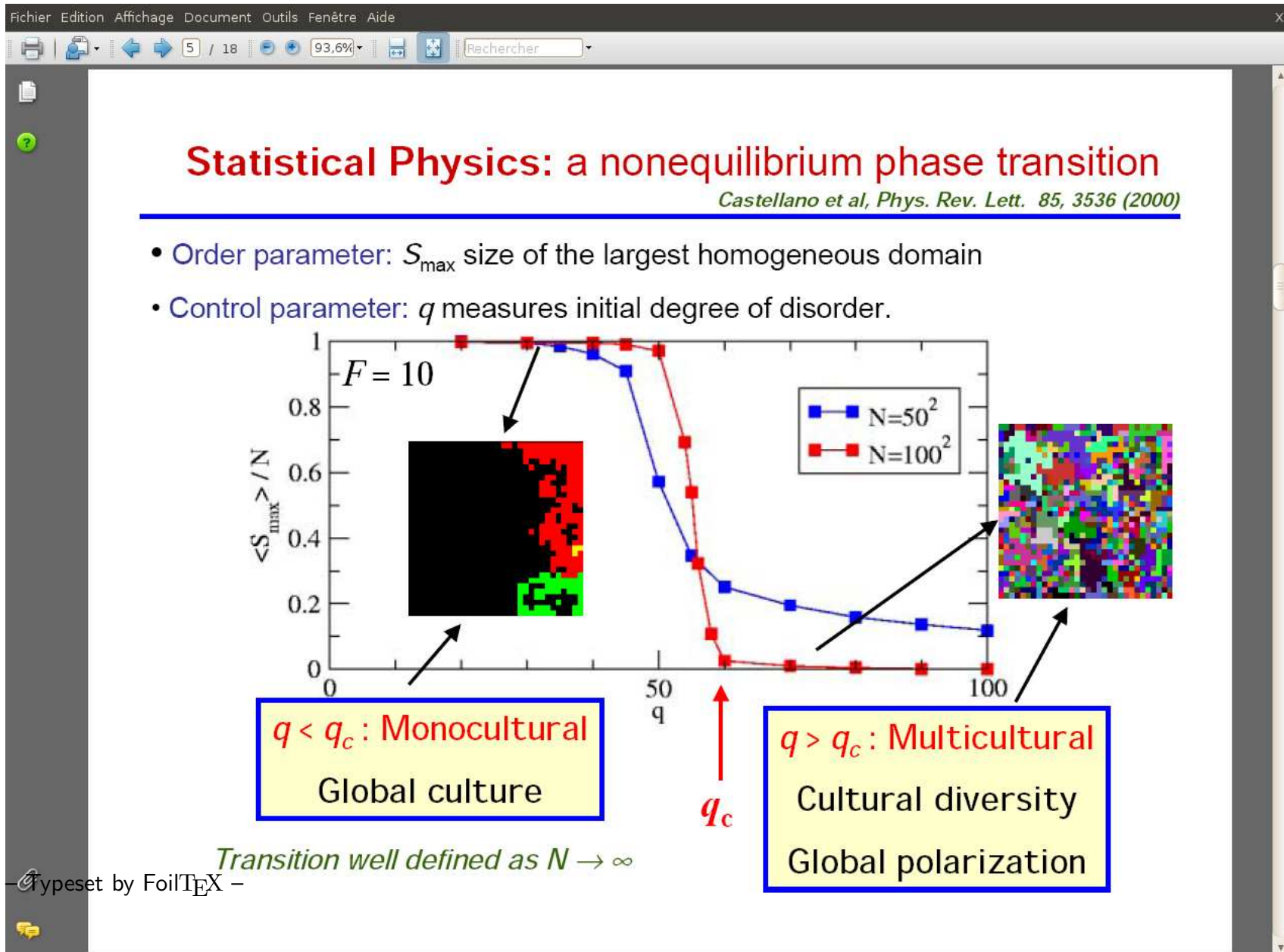


Figure 4: La transition entre la configuration culture majoritaire (le domaine noir sur le

Ces résultats vont à l'encontre des analyses basées sur l'idée que l'optimalité, la culture occidentale par exemple, est susceptible d'effacer toutes les différences culturelles.



Les résultats d'Axelrod et la transition de phase observée ont motivé la recherche de solutions formelles dont certaines ont été proposées par les physiciens (équipes de Trieste et des Baléares). L'article original d'Axelrod part d'exemples en sciences sociales et en sciences politiques.

Bien entendu la diversité des langues est elle aussi un champ d'application de cette théorie. Même s'il est très difficile d'en inférer des conclusions quantitatives, les conclusions qualitatives qu'elle suggère répondent bien à la question initiale.

Vers l'universalité

40's: Les premiers modèles simples d'organisation l'automate auto-reproducteur de von Neumann et le modèle de Mc Culloch et Pitts. Que démontrent des modèles aussi simples?

60's: Eléments de réponse, trois approches indépendantes.



Figure 5: René Thom, théorie
des catastrophes



Figure 6: Stuart Kauffman,
réseaux booléens aléatoires



Figure 7: Kenneth Wilson,
groupe de renormalisation

Les transitions de phase et le groupe de renormalisation.

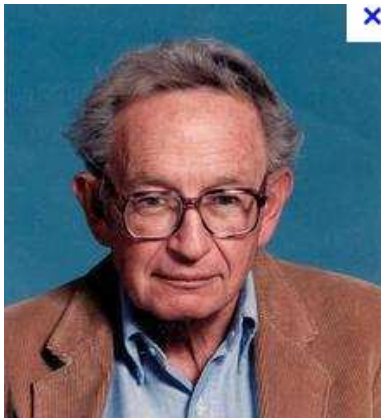
- La théorie des catastrophes est familière en France; elle postule que les propriétés génériques d'un système sont déterminées au voisinage d'une catastrophe et que les termes de perturbations ne les modifient pas. Thom parle de déploiement universel.
- Pour Kauffman des ensembles de systèmes construits aléatoirement peuvent partager des propriétés d'organisation avec une probabilité proche de 1. On passe donc de propriétés d'un système donné à celles d'un ensemble de systèmes (comme pour la percolation).
- Le groupe de renormalisation est une méthode algébrique qui définit les classes d'universalité pour les transitions de phase en physique.

La physique statistique a longtemps buté sur une explication quantitative satisfaisante des phénomènes de transitions de phase. Elle ne réussissait pas à prévoir les températures critiques par les calculs *ab initio*. Par contre l'expérience montrait que les exposants critiques au voisinage de la transition avait des valeurs fractionnaires, communes à des systèmes physiques apparemment très différents, regroupés en classes d'universalité. La

méthode du groupe de renormalisation a permis de comprendre l'origine des classes d'universalité: les exposants critiques ne dépendent que des dimensions physiques du système, le plus souvent 3 dans notre monde, et de celles du paramètre d'ordre qui est la grandeur physique impliquée dans les couplages entre éléments.

Anderson et les systèmes complexes

Cette conjecture est émise P.W. Anderson en conclusion de la présentation d'un modèle de l'origine de la vie:



I hope that this model is capable of mimicking the behavior of the origin of molecular evolution, in the sense that a modern-day statistical physicist could describe as being in the same universality class with the origin of life.

De la notion d'un modèle unique susceptible de prévoir et de démontrer toutes les propriétés observables d'un système réel à celle d'un ensemble de modèles appartenant à une classe d'universalité, permettant de prévoir et d'expliquer des propriétés d'organisation et des lois d'échelle.

Conclusions

Nous sommes très loin de la preuve classique en math ou en physique, où la possibilité d'isoler les composantes essentielles d'un système permet la démonstration d'un résultat.

En biologie différence de comportement entre les expériences in vitro et in vivo. En médecine “modèles animaux” : comment généraliser d'une souche de souris à l'être humain?

La pratique en systèmes complexes se ramène aux questions du type:

- Quelles sont les propriétés communes à un modèle simple et au système réel?
- Quelle est la classe des modèles exhibant les mêmes propriétés que les systèmes réels?
- Quels modèles exhibent la propriété, quels modèles ne l'exhibent pas? Examen exhaustif du rôle des conditions initiales et des paramètres du modèle, mais aussi de la robustesse du modèle par rapport aux modifications plus ou moins réalistes que l'on est tenté d'y apporter.

La concordance des prédictions systèmes réels/modèles est basée sur des conjectures plutôt que sur des preuves au sens des maths. La pratique est donc la multiplication des

tests dans un “espace” de modèles, plus ou moins compliqués, afin de cartographier cet espace et de définir des “frontières” entre des classes d’universalité.

Conclusions: votre projet

Mettre en pratique ce programme général dans l'étude des pecheries.

- Partir d'un modèle de base soluble, o.d.e qui sera décrit par David Claessen, couplant la dynamique des poissons avec celle des unités de peche.
- Passer à la version spatiale; utilisation de NetLogo, un logiciel objet adapté.
- On étudiera différentes versions plus ou moins élaborées à partir du modèle de base, pour en comparer les résultats en termes de dynamiques et de niveau des ressources et des prises par exemple.

Parmi les variantes possibles:

- Inhomogénéité de l'espace.
- Role des mesures de protection: espaces ou périodes protégés, limitation des prises ou de l'effort de peche.
- Stratégie des pêcheurs.
- Populations "structurées" en age.

Note added in proof

Ce qu'on prouve (ou conjecture) c'est une équivalence entre une classe de modèles et une classe de systèmes réels.

L'équivalence porte sur des **propriétés génériques**, qualitatives ou semi-quantitatives. Par exemple pour les dynamiques d'opinion:

- L'influence sociale rapproche initialement les opinions;
- Les opinions s'organisent en amas dont les interactions sont réduites;
- Des transitions abruptes séparent des régimes différents pour des choix de paramètres voisins.
- Quand on ne peut pas observer la dynamique des systèmes réels, on peut en observer les résultats: pour les opinions continues, deux amas d'opinion 0,25 et 0,75 pour $d=0,2$.